УДК 514.76

ПОЧТИ ЭРМИТОВА СТРУКТУРА НА ПРОСТРАНСТВЕ РАССЛОЕНИЯ ДОПУСТИМЫХ ОРТОНОРМИРОВАННЫХ РЕПЕРОВ

С.В. Галаев[1]

1 *sgalaev@mail.ru*; Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Рассматривается главное расслоение $(P(M,D,G),p,M)$ *допустимых ортонормированных реперов над трехмерным контактным метрическим многообразием* M. *На тотальном пространстве* $P(M,D,G)$ *расслоения допустимых реперов определяется структура почти эрмитова многообразия. Находятся условия, при которых полученная структура является эрмитовой структурой.*

Ключевые слова: Внутренняя связность, ассоциированная связность, тензор кривизны Схоутена.

Тотальное пространство расслоения ортонормированных реперов двумерного риманова многообразия рассматривалось в работе [1] в качестве примера неголономного многообразия размерности 3, оснащенного дополнительными структурами. В работе [2] расслоение ортонормированных реперов двумерного риманова многообразия исследуется более подробно. Используя построения В.В. Вагнера, на тотальном пространстве такого расслоения определяется и изучается метрика, названная лифтом Вагнера римановой метрики. Рассмотрим на многообразии M размерности 3 контактную метрическую структуру $(M,\vec{\xi},\eta,\varphi,D)$. Тотальное пространство $P(M,D,G)$ расслоения допустимых [3] ортонормированных реперов $(P(M,D,G),p,M)$ такого многообразия является гладким многообразием размерности четыре. Задание внутренней связности ∇ на многообразии M определяет на пространстве $P(M,D,G)$ структуру метрического неголономного многообразия (субриманова многообразия) (P,g) с распределением H коразмерности 2. Переход от внутренней связности ∇ к соответствующей ассоциированной связности $\tilde{\nabla}$ [3] позволяет рассматривать пространство $P(M,D,G)$ как метрическое неголономное многообразие $(\tilde{P},\tilde{g})$ с распределением $\tilde{H}$ коразмерности 1. К каждому из метрических неголономных многообразий (P,g), $(\tilde{P},\tilde{g})$ может быть применена конструкция В.В. Вагнера, превращающая эти многообразия в римановы многообразия. Останавливаясь на случае многообразия $(\tilde{P},\tilde{g})$, мы находим связь между тензором кривизны Вагнера многообразия $(\tilde{P},\tilde{g})$ и тензором кривизны Схоутена исходного многообразия M. На многообразии $(\tilde{P},\tilde{g})$ определяется структура почти комплексного многообразия с помощью эндоморфизма J, определяемого посредством равенств:

$$J\vec{x}^h=(\varphi\vec{x})^h,\ J\vec{x}^v=(\varphi\vec{x})^v,\ J\vec{\xi}^h=\vec{c},\ J\vec{c}=-\vec{\xi}^h,$$

где $\vec{c}$ – фундаментальное векторное поле. Непосредственно проверяется, что на многообразии $(\tilde{P},\tilde{g})$ возникает, таким образом, почти эрмитова структура $(\tilde{P},\tilde{g},J)$. Имеет место

Теорема. *Почти эрмитова структура* $(\tilde{P},\tilde{g},J)$ *является эрмитовой структурой тогда и только тогда, когда тензор Схоутена контактного метрического многообразия* M *обращается в нуль.*

Литература

1. Галаев С. В., Гохман А. В. *Обобщенные гамильтоновы системы на многообразиях со связностью* // Математика. Механика. – 2000. – №2. – С. 16–19.

2. Arteaga J. R., Malakhaltsev M. A., Serna A. H. T. *Isometry Group and Geodesics of the Wagner Lift of a Riemannian Metric on Two-Dimensional Manifold* // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2012. – Vol. 33. – No. 4. – pp. 293–311.

3. Галаев С. В. *Геометрическая интерпретация тензора кривизны Вагнера для случая многообразия с контактной метрической структурой* // Сиб. матем. журн. – 2016. – Т. 57. – № 3. – С. 632–640.

ALMOST HERMITIAN STRUCTURES ON THE TOTAL SPACE OF ADMISSIBLE ORTHONORMAL FRAMES

S.V. Galaev

The bundle $(P(M,D,G),p,M)$ of admissible orthonormal frames over a three-dimensional contact metric manifold M is considered. On the total space $P(M,D,G)$ of the bundle of admissible frame, a structure of an almost Hermitian manifold is defined. The sufficient conditions are found for the obtained structure to be a Hermitian structure.

Keywords: Interior connection, the associated connection, Schouten curvature tensor.

УДК 514.762

КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ НА КОМПАКТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА ЭЙНШТЕЙНА

И. Гинтерлейтнер[1], Н.И. Гусева[2], Й. Микеш[3]

1 *hinterleitner.i@fce.vutbr.cz*; Brno University of Technology
2 *ngus12@mail.ru*; Московский государственный педагогический университет
3 *josef.mikes@upol.cz*; Palacky University in Olomouc

Формулируются некоторые результаты о конформных отображениях компактных псевдо-римановых пространств на пространства Эйнштейна.

Ключевые слова: Конформные отображения,пространства Эйнштейна, компактные пространства.

В 1923 г. Г. В. Бринкманн начал изучать конформные отображения на Эйнштейновы пространства. Эти исследования детально изложены в монографии А. З. Петрова [1], а также в книге [2].

В работе [3] доказано, что (псевдо-) риманово пространство V_n допускает конформное отображение на пространство Эйнштейна $\bar{V}_n$ тогда и только тогда, когда в V_n существует решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений в ковариантных производных типа Коши относительно инвариантов $u(x)$ и $s(x)\,(>0)$:

$$s_{,ij} = u\,g_{ij} - s\,L_{ij}, \tag{1}$$

где $L_{ij} = \frac{1}{n-2}\,(R_{ij} - \frac{R}{2(n-1)}\,g_{ij})$, R_{ij} – тензор Риччи, R – скалярная кривизна, запятой обозначена ковариантная производная.